



۱ استخری توسط دو شیر A و B پر می‌شود. دو شیر A و B باهم استخر را در ۱۵ ساعت پر می‌کنند. بعد از ۶ ساعت بازبودن هر دو شیر A و B ، شیر A را می‌بندیم؛ شیر B به تنهایی ۱۵ ساعت بعد استخر را پر می‌کند. چند ساعت طول می‌کشد که شیر A به تنهایی استخر را پر کند؟

- ۱ ۳۲ (۱) ۲ ۳۲٫۵ (۲) ۳ ۳۷٫۵ (۳) ۴ ۳۸ (۴)

۲ حاصل جمع ریشه‌های معادله $x^2 + 2x + 1 = \sqrt{2x^2 + 4x + 5}$ کدام است؟

- ۱ ۱ (۱) ۲ -۲ (۲) ۳ ۳ (۳) ۴ ۴ (۴)

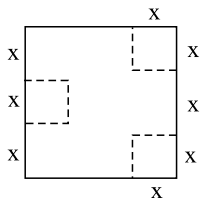
۳ اگر نقطه $(-1, 4)$ رأس سهمی به معادله $y = -2x^2 + ax - b$ باشد، مقدار ab کدام است؟

- ۱ ۴ (۱) ۲ ۶ (۲) ۳ ۸ (۳) ۴ ۱۰ (۴)

۴ تابع $f(x) = (x-1)(x^2 - 2mx - m - 1)$ محور طول‌ها را در سه نقطه قطع می‌کند. اگر مجموع مربعات طول نقاط تلاقی تابع $f(x)$ با محور x برابر ۹ باشد، قدرمطلق تفاضل مقادیر ممکن برای m کدام است؟

- ۱ $\frac{3}{2}$ (۱) ۲ $\frac{5}{2}$ (۲) ۳ $\frac{7}{2}$ (۳) ۴ $\frac{9}{2}$ (۴)

۵ در مربع شکل زیر، سه مربع کوچک‌تر مطابق شکل جدا می‌کنیم. اگر محیط و مساحت شکل باقی‌مانده با هم برابر باشند، طول ضلع مربع جدا شده (x) کدام است؟



- ۱ $\frac{7}{3}$ (۱) ۲ $\frac{8}{3}$ (۲) ۳ $\frac{11}{2}$ (۳) ۴ $\frac{7}{2}$ (۴)

۶ اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 - 4x + 2 = 0$ باشند، حاصل عبارت $\frac{\alpha}{4-\beta} + \frac{\beta}{4-\alpha}$ کدام است؟

- ۱ ۱ (۱) ۲ ۲ (۲) ۳ ۴ (۳) ۴ ۸ (۴)

۷ اگر n عدد صحیحی باشد که تفاضل آن از جذرش برابر نصف آن باشد، چند جواب برای n وجود دارد؟

- ۱ ۱ (۱) ۲ ۲ (۲) ۳ ۳ (۳) ۴ صفر (۴)

۸ اگر قدرمطلق تفاضل ریشه‌های تابع $f(x) = 2x^2 - x + m + 1$ برابر ۴ باشد، آنگاه کدام گزینه صحیح نیست؟

- ۱ $m = \frac{-71}{8}$ (۱) ۲ ریشه‌های تابع برابر $\frac{9}{4}$ و $\frac{-7}{4}$ است. (۲)

۳ خط $y = 8$ بر تابع $f(x)$ مماس است. (۳) خط $x = \frac{1}{4}$ محور تقارن تابع است. (۴)

۹ ریشه‌های کدام معادله از دو برابر ریشه‌های معادله $2x^2 - 5x + 1 = 0$ یک واحد کمتر است؟

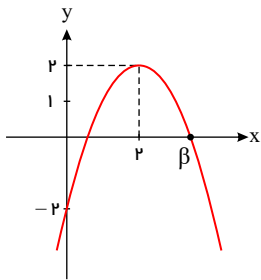
- ۱ $x^2 - 3x - 1 = 0$ (۱) ۲ $x^2 - 3x - 2 = 0$ (۲) ۳ $2x^2 - 3x + 1 = 0$ (۳) ۴ $2x^2 - x - 2 = 0$ (۴)

۱۰ به ازای کدام مقدار m منحنی تابع $y = (m+2)x^2 + 4x + m - 1$ همواره بالای محور x ‌هاست؟

- ۱ $m > 2$ (۱) ۲ $m > -2$ (۲) ۳ $m < -3$ (۳) ۴ $-3 < m < 2$ (۴)



۱۱) نمودار تابع $f(x) = ax^2 - 2\sqrt{5}x + a - 4$ محور طول‌ها را در دو نقطه با طول‌های مثبت قطع می‌کند. مجموعه مقادیر ممکن برای $f(\sqrt{5})$ کدام است؟

۴) $(10, +\infty)$ ۳) $(0, 10)$ ۲) $(16, +\infty)$ ۱) $(10, 16)$ 

۱۲) در شکل مقابل که نمودار سهمی به معادله $y = ax^2 + bx - 2$ است، مقدار β کدام است؟

۱) $2 - \sqrt{2}$ ۲) $4 - \sqrt{2}$ ۳) $2 + \sqrt{2}$ ۴) $4 + \sqrt{2}$

۱۳) به ازای کدام مقادیر m ، نمودار تابع $y = (2 - m)x^2 - 2mx + 1$ فقط از ناحیه دوم نمی‌گذرد؟

۴) ϕ ۳) $m > 2$ ۲) $0 < m < 1$ ۱) $m < -2$ یا $m > 1$

۱۴) معادله $x^2 - 2 = \sqrt{x + 3}$ چند جواب دارد؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) صفر

۱۵) خط $y = -4$ در پایین‌ترین نقطه سهمی به معادله $y = ax^2 - \sqrt{8}x + a - 3$ بر آن مماس است. مجموع مقادیر ممکن برای a کدام است؟

۱) -۱

۲) ۲

۳) ۱

۴) -۲

۱۶) یکی از جواب‌های معادله $x^2 - 3mx + m + 3 = 0$ دو برابر دیگری است. مجموع مقادیر برای m کدام است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{3}$ ۳) $\frac{5}{2}$ ۴) $-\frac{2}{3}$

۱۷) علی کاری را ۲۰ روز زودتر از حسین تمام می‌کند. اگر علی و حسین، باهم کار کنند همین کار ۲۴ روز طول می‌کشد. حسین این کار را به تنهایی چند روزه تمام می‌کند؟

۱) ۲۴

۲) ۶۰

۳) ۴۰

۴) ۱۶

۱۸) پرنده‌ای فاصله یک کیلومتر را در جهت موافق باد رفته و در جهت مخالف باد برگشته است. اگر سرعت باد ۵ کیلومتر در ساعت و مدت رفت و برگشت ۹ دقیقه باشد، سرعت پرنده در هوای آرام، چند کیلومتر در ساعت است؟

۱) ۱۲

۲) ۱۲٫۵

۳) ۱۳٫۵

۴) ۱۵

۱۹) منحنی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ محور طول‌ها را در ۳ و ۱ و محور عرض‌ها را در ۶ قطع کرده است. کمترین مقدار y کدام است؟

۱) -۱

۲) -۲

۳) -۳

۴) -۴

۲۰) معادله $\sqrt{2a - 5} - \sqrt{a + 1} = -1$ چند جواب دارد؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) جواب ندارد.



پاسخنامه تشریحی

شیر A و B باهم استخری را در ۱۵ ساعت پر می کنند. یعنی در هر ساعت $\frac{1}{15}$ استخر را پر می کنند. پس بعد از ۶ ساعت که هردو شیر باز بوده اند $\frac{6}{15}$ استخر پر می شود و $\frac{9}{15}$ حجم آن باقی می ماند. شیر B در هر ساعت $\frac{1}{225} = \frac{9}{225} = \frac{1}{25}$ استخر را پر می کند. بنابراین داریم:

$$\frac{1}{25} + \frac{1}{x} = \frac{1}{15} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{15} - \frac{1}{25} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{5-3}{75} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{2}{75} \Rightarrow x = \frac{75}{2} \Rightarrow x = 37.5 \text{ ساعت}$$

$$x^2 + 2x + 1 = \sqrt{2(x^2 + 2x + 1) + 3} \xrightarrow{x^2 + 2x + 1 = u} u = \sqrt{2u + 3}$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} u^2 = 2u + 3 \rightarrow u^2 - 2u - 3 = 0 \rightarrow (u - 3)(u + 1) = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} u = -1 \text{ (در معادله صدق نمی کند)} \\ u = 3 \rightarrow x^2 + 2x + 1 = 3 \rightarrow (x + 1)^2 = 3 \rightarrow \begin{cases} x + 1 = \sqrt{3} \rightarrow x = \sqrt{3} - 1 \\ x + 1 = -\sqrt{3} \rightarrow x = -\sqrt{3} - 1 \end{cases} \end{cases}$$

جمع دو ریشه، برابر ۲- است.

طول رأس سهمی برابر $x = -\frac{a}{2(-2)}$ است. پس:

$$\frac{a}{4} = -1 \Rightarrow a = -4 \Rightarrow y = -2x^2 - 4x - b$$

عرض رأس سهمی به ازای $x = -1$ به دست می آید. پس:

$$y = -2(-1)^2 + a(-1) - b = -2 + 4 - b = 4 \Rightarrow b = -2$$

در نتیجه: $ab = 8$

برای به دست آوردن طول نقاط تلاقی باید معادله $f(x) = 0$ را حل کنیم:

$$(x - 1)(x^2 - 2mx - m - 1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 2mx - m - 1 = 0 \end{cases}$$

یک ریشه معادله $x = 1$ است و اگر ریشه های معادله درجه دوم $x^2 - 2mx - m - 1 = 0$ را α و β بنامیم، با توجه به صورت مسئله داریم:

$$\alpha^2 + \beta^2 + 1^2 = 9 \rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = 8 \rightarrow S^2 - 2p = 8$$

$$\xrightarrow[S=-m-1]{S=2m} (2m)^2 - 2(-m-1) = 8 \rightarrow 4m^2 + 2m + 2 = 8$$

$$\rightarrow 4m^2 + 2m - 6 = 0 \rightarrow \begin{cases} m_1 = 1 \\ m_2 = -\frac{3}{2} \end{cases} \rightarrow |m_1 - m_2| = \frac{5}{2}$$

با توجه به شکل باقی مانده داریم:

$$\text{مساحت } S = (3x)^2 - 3 \times x^2 = 9x^2 - 3x^2 = 6x^2$$

$$\text{محیط } P = 2 \times 2x + 10x = 14x \Rightarrow 6x^2 = 14x$$

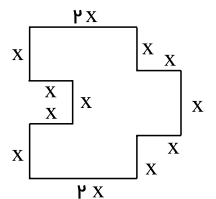
$$\Rightarrow 6x^2 - 14x = 0 \Rightarrow 2x(3x - 7) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ غ ق ق} \\ x = \frac{7}{3} \text{ جواب} \end{cases}$$

باتوجه به اینکه $p = \frac{2}{1} = 2$ و $s = \frac{-(-4)}{1} = 4$ پس α و β هردو مثبت هستند. α یا β را در صورت معادله قرار می دهیم، داریم:

$$\alpha^2 - 4\alpha + 2 = 0 \rightarrow \alpha(\alpha - 4) = -2 \rightarrow \alpha - 4 = \frac{-2}{\alpha} \rightarrow 4 - \alpha = \frac{2}{\alpha}$$

به طریق مشابه $4 - \beta = \frac{2}{\beta}$ بدست می آید. پس خواهیم داشت:





$$\frac{\alpha}{4-\beta} + \frac{\beta}{4-\alpha} = \frac{\alpha}{\frac{4}{\beta}} + \frac{\beta}{\frac{4}{\alpha}} = \frac{\alpha\beta}{4} + \frac{\beta\alpha}{4} = \frac{2\alpha\beta}{4} = \alpha\beta = p = \boxed{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷

عدد مورد نظر را n در نظر می گیریم.

$$n - \sqrt{n} = \frac{n}{2} \Rightarrow n - \frac{n}{2} = \sqrt{n} \Rightarrow \frac{n}{2} = \sqrt{n} \Rightarrow n = 2\sqrt{n} \xrightarrow{\text{توان ۲}} n^2 = 4n$$

$$\Rightarrow n^2 - 4n = 0 \Rightarrow n(n - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 0 \\ n = 4 \end{cases}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸ اگر α و β صفرهای تابع $f(x) = 2x^2 - x + m + 1$ باشند، داریم:

$$|\alpha - \beta| = 4 \Rightarrow \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = 4 \Rightarrow \frac{\sqrt{1 - 4m - 4}}{2} = 4 \Rightarrow \sqrt{-4m - 3} = 8 \xrightarrow{\text{به توان ۲ می رسانیم}} -4m - 3 = 64 \Rightarrow m = \frac{-71}{4}$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{1}{2} \\ |\alpha - \beta| = 4 \end{cases} \xrightarrow{\alpha > \beta} \begin{cases} \alpha + \beta = \frac{1}{2} \\ \alpha - \beta = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{9}{4} \\ \beta = -\frac{7}{4} \end{cases} \rightarrow \text{گزینه ۲ درست است}$$

* خط $y = \frac{-\Delta}{4a}$ بر سهمی مماس است. بنابراین:

$$\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = 4 \Rightarrow \frac{\sqrt{\Delta}}{2} = 4 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 8 \Rightarrow \Delta = 64 \Rightarrow y = -\frac{64}{4 \times 2} = -8$$

پس خط $y = -8$ بر تابع مماس است. بنابراین گزینه ۳ نادرست است.

* خط $x = \frac{-b}{2a}$ محور تقارن سهمی است. پس:

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{1}{4} \rightarrow \text{گزینه ۴ درست است}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹ ابتدا معادله‌ی درجه‌ی دومی را می نویسیم که ریشه‌هایش دو برابر ریشه‌های معادله داده شده باشد و سپس معادله‌ای می نویسیم که ریشه‌هایش یک واحد کمتر از ریشه‌های معادله‌ی نوشته شده باشد. برای نوشتن معادله‌ی درجه‌ی دومی که ریشه‌هایش k برابر ریشه‌های معادله‌ی داده شده‌ای باشد باید b را در k و c را در k^2 ضرب کنیم و برای نوشتن معادله‌ی درجه‌ی دومی که ریشه‌هایش k واحد کمتر از ریشه‌های معادله‌ی درجه‌ی دوم داده شده‌ای باشد، باید x را به $x + k$ تبدیل کنیم.

$$2x^2 - 5x + 1 = 0 \xrightarrow{\text{در } b} 2x^2 - 10x + 4 = 0 \xrightarrow{x \rightarrow x+1} 2(x+1)^2 - 10(x+1) + 4 = 0$$

$$\xrightarrow{\text{در } c} 2x^2 + 4x + 2 - 10x - 10 + 4 = 0 \rightarrow 2x^2 - 6x - 4 = 0 \rightarrow x^2 - 3x - 2 = 0$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰ y همواره مثبت است و می دانیم شرط مثبت بودن یک عبارت درجه‌ی دوم آن است که $\Delta < 0$, $a > 0$ باشد.

$$I: a > 0 \rightarrow m + 2 > 0 \rightarrow m > -2$$

$$II: \Delta < 0 \rightarrow 16 - 4(m+2)(m-1) < 0 \rightarrow 16 - 4m^2 + 4m - 8m + 8 < 0$$

$$\rightarrow 4m^2 + 4m - 24 > 0 \rightarrow m^2 + m - 6 > 0 \rightarrow (m+3)(m-2) > 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} m < -3, m > 2$$

از اشتراک I , II به جواب $m > 2$ می رسیم.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱ معادله $f(x) = 0$ باید دو جواب داشته باشد که مجموع و حاصل ضرب آن‌ها مثبت است. بنابراین:

$$\Delta = 20 - 4a(a-4) > 0 \Rightarrow 4a^2 - 16a - 20 < 0 \Rightarrow -1 < a < 5$$

$$\text{مجموع جواب‌ها} = \frac{2\sqrt{\Delta}}{a} > 0 \Rightarrow a > 0 \quad (2)$$

$$\text{حاصل ضرب جواب‌ها} = \frac{a-4}{a} > 0 \Rightarrow a > 4 \quad \text{یا} \quad a < 0 \quad (3)$$

$$(1) \cap (2) \cap (3) \Rightarrow 4 < a < 5$$

از طرف دیگر $f(\sqrt{5}) = 5a - 10 + a - 4 = 6a - 14$ بنابراین:

$$4 < a < 5 \Rightarrow 24 < 6a < 30$$

$$10 < 6a - 14 < 16$$

$$10 < f(\sqrt{5}) < 16$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲ طول رأس سهمی $x = -\frac{b}{2a}$ است. پس:

$$-\frac{b}{2a} = 2 \Rightarrow b = -4a$$

پس معادله سهمی به صورت $y = ax^2 - 4ax - 2$ است. با قرار دادن $x = 2$ در معادله سهمی عرض آن را حساب می کنیم:



$$y = 4a - 8a - 2 = -4a - 2$$

بنابراین با توجه به نمودار داریم:

$$-4a - 2 = 2 \Rightarrow a = -1 \xrightarrow{b=-4a} b = 4$$

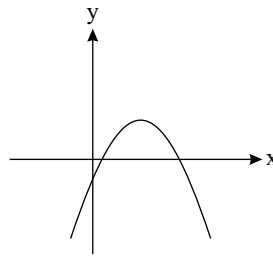
یعنی معادله سهمی به صورت $y = -x^2 + 4x - 2$ است. طول نقطه برخورد سهمی با محور طول‌ها مورد سؤال است. پس در معادله سهمی قرار می‌دهیم $y = 0$.

$$-x^2 + 4x - 2 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 2 = 0 \xrightarrow{\Delta = b^2 - 4ac = 16 - 8 = 8} \begin{cases} x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4 - 2\sqrt{2}}{2} = 2 - \sqrt{2} \\ x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4 + 2\sqrt{2}}{2} = 2 + \sqrt{2} \end{cases}$$

طبق شکل، β ریشه بزرگتر معادله فوق است و بزرگتر از ۲ است. پس:

$$\beta = 2 + \sqrt{2}$$

است. (شکل می‌تواند از مبدأ هم بگذرد.)



نمودار فرضی تابع به شکل ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳

$$\Delta > 0 \rightarrow b^2 - 4ac = (-2m)^2 - 4(2 - m) > 0 \rightarrow 4m^2 + 4m - 8 > 0 \xrightarrow{\div 4} m^2 + m - 2 > 0 \rightarrow (m + 2)(m - 1) > 0 \rightarrow \begin{cases} m > 1 \\ \text{یا} \\ m < -2 \end{cases} \quad (1)$$

$$a < 0 \rightarrow 2 - m < 0 \rightarrow m > 2 \quad (2)$$

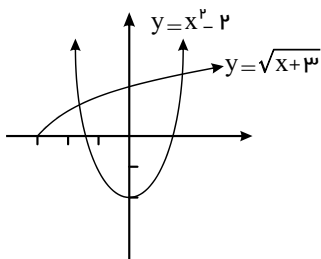
$$S > 0 \rightarrow -\frac{b}{a} = \frac{-(-2m)}{2 - m} = \frac{2m}{2 - m} > 0 \rightarrow 0 < m < 2 \quad (3)$$

$$P > 0 \rightarrow \frac{c}{a} = \frac{1}{2 - m} > 0 \rightarrow m < 2 \quad (4)$$

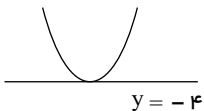
$$(1) \cap (2) \cap (3) \cap (4) = \emptyset$$

۱۴ اگر طرفین را به توان ۲ برسانیم معادله درجه ۴ به دست خواهد آمد که بررسی آن چندان آسان نیست اما چون نمودار $y = \sqrt{x}$ و نمودار $y = x^2$ را می‌دانیم می‌توانیم با استفاده از رسم به راحتی تعداد جواب‌ها را بیابیم.

برای رسم $y = x^2 - 2$ کافی است نمودار $y = x^2$ را ۲ واحد به پایین بیاوریم و برای رسم $y = \sqrt{x + 3}$ کافی است $y = \sqrt{x}$ را ۳ واحد به چپ ببریم تعداد نقاط تلاقی نمودارها همان تعداد جواب‌ها خواهد بود.



با توجه به نمودار معادله ۲ جواب دارد.



۱۵ مطابق شکل مقابل $y = -4$ باید عرض رأس سهمی باشد.

عرض رأس سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ برابر $\frac{4ac - b^2}{4a}$ است.

پس:

$$\frac{4a(a - 3) - (-\sqrt{8})^2}{4a} = -4$$

$$4a^2 - 12a - 8 = -16a \Rightarrow 4a^2 + 4a - 8 = 0 \Rightarrow a^2 + a - 2 = 0$$

$$a = -2, a = 1$$



جواب ۲- قابل قبول نیست چون سهمی منبسط ندارد. پس مجموع مقادیر ممکن برای a برابر ۱ است.

۱۶ (۱) (۲) (۳) (۴) اگر α و β جواب‌های معادله باشند و $\alpha = 2\beta$ آنگاه

$$\alpha + \beta = 3m \rightarrow 2\beta + \beta = 3m \rightarrow \beta = m \rightarrow \alpha = 2m$$

$$\alpha \cdot \beta = m + 3 \rightarrow (2m)(m) = m + 3 \rightarrow 2m^2 - m - 3 = 0 \rightarrow (m+1)(2m-3) = 0 \rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = \frac{3}{2} \end{cases}$$

به ازای هر دو مقدار به دست آمده معادله دو جواب دارد، پس هر دو قابل قبول هستند و در نتیجه مجموع مقادیرهای ممکن برای m برابر $\frac{1}{2}$ است.

۱۷ (۱) (۲) (۳) (۴) فرض کنیم حسین در x روز تمام کند. پس علی در $x - 20$ روز کار را تمام کند. بنابراین در یک روز حسین $\frac{1}{x}$ و علی $\frac{1}{x-20}$ از کار را انجام می‌دهند. چون

طبق صورت سؤال باهم در ۲۴ روز تمام کرده‌اند. در هر روز $\frac{1}{24}$ کار انجام شده است. یعنی:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-20} = \frac{1}{24} \rightarrow 24(x-20) + 24x = x(x-20)$$

$$\Rightarrow 24x - 480 + 24x = x^2 - 20x \Rightarrow x^2 - 68x + 480 = 0$$

$$(x-8)(x-60) = 0 \Rightarrow x = 8 \text{ یا } x = 60$$

دقت کنید که حسین نمی‌تواند ۸ روزه تمام کند چون ۲۰ روز زودتر از ۸ روز امکان ندارد. پس حسین به تنهایی ۶۰ روزه تمام می‌کند.

۱۸ (۱) (۲) (۳) (۴) می‌دانیم که $x = vt$ و از آنجا $t = \frac{x}{v}$ است. اگر سرعت پرواز پرنده را v در نظر بگیریم، در این صورت سرعت رفت $v + 5$ و سرعت برگشت $v - 5$ است.

$$\begin{cases} t_1 = \frac{1}{v+5} \text{ مسیر رفت} \\ t_2 = \frac{1}{v-5} \text{ مسیر برگشت} \end{cases} \rightarrow t_1 + t_2 = \underbrace{9}_{\text{دقیقه}} \rightarrow \frac{1}{v+5} + \frac{1}{v-5} = \underbrace{\frac{9}{60}}_{\text{ساعت}}$$

$$\rightarrow \frac{v-5+v+5}{(v+5)(v-5)} = \frac{3}{20} \rightarrow \frac{2v}{v^2-25} = \frac{3}{20} \rightarrow 3v^2 - 75 = 40v$$

$$\rightarrow 3v^2 - 40v - 75 = 0 \xrightarrow{\Delta = b^2 - 4ac = 1600 + 900 = 2500} \begin{cases} v_1 = \frac{40+50}{6} = 15 \text{ قق} \\ v_2 = \frac{40-50}{6} = -\frac{5}{3} \text{ غق} \end{cases}$$

البته اصلاً نیازی به این همه محاسبات نمی‌باشد و می‌توانید گزینه‌ها را چک کنید و به راحتی به جواب $v = 15$ برسید.

۱۹ (۱) (۲) (۳) (۴) ابتدا سه نقطه را در تابع صدق داده تا a و b و c بدست آیند.

$$\left. \begin{array}{l} A \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{صدق}} 0 = a + b + c \\ B \begin{vmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{صدق}} 0 = 9a + 3b + c \\ C \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 6 \end{vmatrix} \xrightarrow{\text{صدق}} 6 = c \end{array} \right\} \rightarrow \begin{cases} a + b = -6 \\ 9a + 3b = -6 \end{cases} \rightarrow a = 2, b = -8$$

کمترین مقدار تابع درجه‌ی دوم همان عرض نقطه‌ی S (رأس سهمی) است.

$$\frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{48 - 64}{8} = \frac{-16}{8} = -2$$

۲۰ (۱) (۲) (۳) (۴) یکی از رادیکال‌ها را به طرف دیگر می‌بریم و طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$\sqrt{2a-5} - \sqrt{a+1} = -1 \Rightarrow \sqrt{a+1} - 1 = \sqrt{2a-5}$$

$$\xrightarrow{\text{توان ۲}} a+1 - 2\sqrt{a+1} + 1 = 2a-5 \rightarrow -2\sqrt{a+1} = a-7 \xrightarrow{\text{توان ۲}} 4(a+1) = a^2 + 49 - 14a$$

$$\rightarrow 4a + 4 = a^2 + 49 - 14a \rightarrow a^2 - 18a + 45 = 0$$

$$\Rightarrow (a-3)(a-15) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \text{ قق} \\ a = 15 \text{ غق} \end{cases} \text{ (در معادله صدق نمی‌کند)}$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴

۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴

۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴

۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴